

Билет для поступающих в магистратуру по направлению 01.04.02 (демонстрационный вариант)

19.07.2021

Билет разделен на 2 части:

Часть I содержит 10 вопросов на тему математики и информатики, в которых нужно дать краткий ответ (записать число, название метода или объекта, аббревиатуру и пр.). Всего за первую часть можно набрать 40 баллов (4 балла за правильный ответ).

В *части II* на выбор будет предоставлено несколько разных вариантов для решения:

1. Два задания по математике (одно среднего уровня, одно повышенной сложности).
2. Два задания среднего уровня (одно по математике, другое по программированию).
3. Два задания по программированию (одно среднего уровня, одно повышенной сложности).

Нужно выбрать один из трех вариантов и решать только две задачи этого варианта. Каждая задача в данном разделе оценивается в 30 баллов. Для решения задач по программированию нужно написать код и, если необходимо, предварительно расписать математическую модель. Код можно писать на одном из следующих языков программирования: Python, C, C#, C++, Pascal, Rust, Java, JavaScript. Стандарт языка не важен, допускается использования сторонних библиотек. За синтаксические ошибки снимается по баллу за каждую. За неполное решение или грубые логические ошибки снимается от 10 до 20 баллов за задачу (в зависимости от количества ошибок и процента завершенности задачи).

Суммарно за две верно решенные части можно набрать 100 баллов. Экзамен будет проводиться в дистанционной форме на платформе lms.mai. На экзамен отводится 2,5 астрономических часа.

Демо-Билет 1

Часть I

1. Заданы три матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Вычислите значение определителя: $\det(A^T B C^T)$.

2. Как называется поверхность второго порядка, задаваемая каноническим уравнением вида:

$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{9} + z^2 = 2$$

3. Задана функциональная матрица и вектор:

$$A(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & t \end{pmatrix}, x(t) = (\sin(t); -\cos(t))^T$$

Найдите значение выражения:

$$\frac{d}{dt}(A(t) \cdot x(t))$$

при $t = 0$.

В качестве ответа выпишите первую координату результирующего вектора.

4. Вычислите следующий предел:

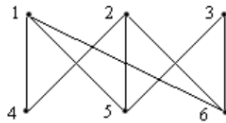
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{(1+x)^4} - 1}{x}.$$

5. Найдите тангенс угла наклона касательной к функции $y = e^{-x} \cos(2x)$ в точке $x_0 = 0$.
6. Функция плотности одномерного экспоненциального распределения имеет вид:

$$f_X(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Определите сумму математическое ожидание и удвоенного среднеквадратичного отклонения для этого распределения.

7. Приведите пример сортировки с лучшим временем работы $O(n^2)$.
8. Является ли граф, изображенный ниже, планарным?



9. Вычислите значение следующего определенного интеграла:

$$\int_{-\pi}^{\pi} (2 \sin(x) \cos(x)) dx$$

10. a, b, c - булевские переменные. В таблице истинности булевой формулы

$$((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \wedge ((c \rightarrow b) \rightarrow F)$$

, где \rightarrow - импликация, \wedge - конъюнкция, F - ложь, подсчитайте количество единиц.

Часть II

а) Вариант с двумя задачами по математике:

1. Привести к каноническому виду квадратичную форму и вычислить ее ранг:

$$x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$$

2. Найти следующий неопределенный интеграл:

$$\int \frac{dx}{x^3 + 1}$$

б) Вариант с одной задачей по математике и одной по программированию:

1. Найти следующий неопределенный интеграл:

$$\int \frac{dx}{x^3 + 1}$$

2. Текстовый файл содержит записи вида:

<Фамилия> <Должность> <Зарплата> <Телефон>

по одной записи в строке, поля отделяются произвольным числом пробелов. Напишите программу, которая:

- прочитает этот файл, сформирует динамическую коллекцию записей, на основе прочитанных данных;
- выведет построчно все записи, упорядоченные по зарплате;
- выведет фамилии и должности, у которых зарплата выше средней на 90 процентов;
- сформирует и выведет группы людей с их зарплатами, которые занимают одинаковые должности.

с) Вариант с двумя задачами по программированию:

1. Имеется прямоугольная целочисленная бесконечная сетка, по узлам которой можно перемещаться за один шаг только в горизонтальном или вертикальном направлении и только не дальше, чем на соседний узел. Перемещение происходит случайно, с равной вероятностью выбора одного из четырех возможных направлений.

Напишите программную реализацию, для того, чтобы оценить методом Монте-Карло наименьшее возможное количество шагов при случайном блуждании по этой сетки, начинающемся из начала координат, при котором расстояние между началом координат и точкой остановки (по метрике пространства $L_1(\mathbb{R}^2)$ - Манхэттоновское расстояние) будет в среднем больше 4.

2. Текстовый файл содержит записи вида:

<Фамилия> <Должность> <Зарплата> <Телефон>

по одной записи в строке, поля отделяются произвольным числом пробелов. Напишите программу, которая:

- (a) прочитает этот файл, сформирует динамическую коллекцию записей, на основе прочитанных данных;
- (b) выведет построчно все записи, упорядоченные по зарплате;
- (c) выведет фамилии и должности, у которых зарплата выше средней на 90 процентов;
- (d) сформирует и выведет группы людей с их зарплатами, которые занимают одинаковые должности.